

Introduzione alle funzioni

Obiettivo

- Analizzare alcune caratteristiche delle funzioni: dominio, codominio, segno, intervalli di crescita e decrescenza.

Ostacoli concettuali da tenere in considerazione

Il concetto di funzione è uno dei nodi cruciali che gli studenti incontrano nel loro percorso scolastico. Per evitare di correre il rischio di limitarsi a ripetere definizioni formalmente corrette ma che rimangono, per gli studenti, vuote di significato, è opportuno proporre esperienze volte a una trattazione esplicita e finalizzate a una conoscenza consapevole della nozione di funzione.

Si rimanda all'attività del primo biennio o a quelle sulle successioni per le diverse rappresentazioni delle funzioni (numeriche, grafiche e simboliche). In questa attività si vuole cercare di aiutare gli studenti a descrivere qualitativamente l'andamento delle funzioni in termini di dominio, codominio, segno, crescita e decrescenza.

La lezione

La struttura è quella di una lezione dialogata, in cui l'insegnante modera la discussione, pone domande, attende le risposte e chiede alla classe stessa di validare o meno tali risposte.

I file di GeoGebra sono un supporto per l'insegnante e possono essere proiettati in aula come supporto.

La durata complessiva dell'attività è di 30 minuti.

Fasi		Tempi
1	L'insegnante propone agli studenti di analizzare e descrivere l'andamento di alcune funzioni in termini di dominio, codominio, crescita, decrescenza e segno della funzione con una lezione dialogata e il supporto del file di GeoGebra costruito con la Scheda 1.	30 minuti

Materiali di lavoro

- Scheda 1 – Scheda di lavoro per l'insegnante

• Scheda 1 – Scheda di lavoro per l'insegnante

Le indicazioni che seguono servono per costruire il file di GeoGebra da utilizzare come supporto alla lezione dialogata. Le domande sono esempi di domande-stimolo che l'insegnante può porre agli studenti durante la costruzione del file.

Aprire un file GeoGebra e visualizzare la vista Grafici e la vista Algebra.

Digitare nella Barra di inserimento una funzione, per esempio $f(x) = 5x^2 - 3x$.

Nella parte in alto a destra della vista Grafici inserire un Campo di inserimento con " $f(x) =$ " come etichetta e collegare il campo alla funzione $f(x)$. Per visualizzare la formula della funzione nella forma usuale: aprire una Casella di testo, digitare " $f(x) =$ " come testo statico e selezionare tra gli Oggetti "f", facendo attenzione di avere selezionato l'opzione **Latex**.

Segnare ora un punto A sulla funzione e siano $P=(x(A), 0)$ e $Q=(0, y(A))$. Tracciare i segmenti AP e AQ e scegliere che siano tratteggiati.

Definire il luogo dominio = $\text{Luogo}[P, A]$. Colorare di blu il luogo *dominio* e, tramite il comando Proprietà, fare in modo che lo spessore della linea sia pari a 5.

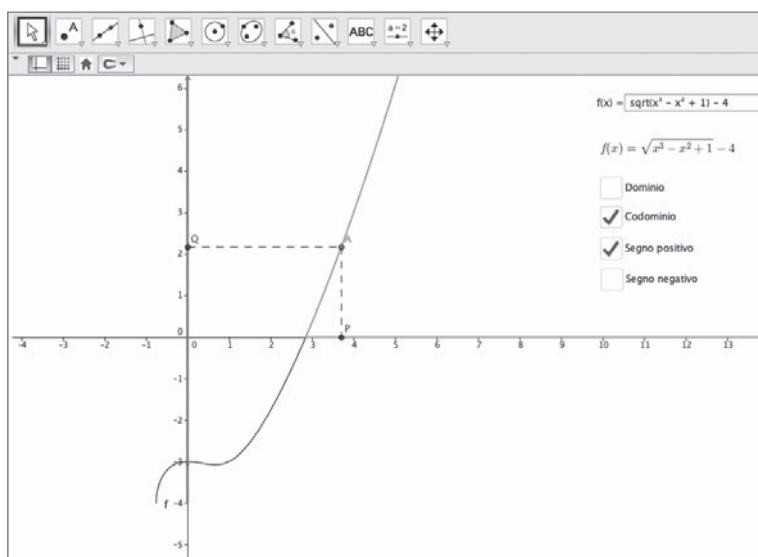
Sotto il testo scritto nella vista Grafici inserire una Casella di controllo con la legenda *Dominio* e collegare alla Casella di controllo il luogo dominio appena costruito.

Fare un'operazione analoga per la rappresentazione del codominio: definire il luogo *codominio* = *Luogo*[Q,A]. Colorare di rosso il luogo *codominio* e, tramite il comando Proprietà, fare in modo che lo spessore della linea sia pari a 5. Nella vista Grafici inserire una nuova Casella di controllo con la legenda *Codominio* e collegare alla Casella di controllo il luogo *codominio* appena costruito.

Per vedere quando il segno è positivo, definire la funzione *segnopos*(x) = *se*[f(x)>0,0] e colorarla di arancio, dopo aver posto uguale a 5 lo spessore della linea. Inserire anche la funzione *g*(x) = *se*[f(x)>0, f] e colorarla sempre di arancio. Nella vista Grafici inserire un'altra Casella di controllo con la legenda *Segno positivo* e collegare alla Casella di controllo le funzioni *segnopos* e *g*.

Procedere in maniera analoga per il segno negativo: creare le funzioni *segnoneg*(x)=*se*[f(x)<0,0] e *h*(x)=*se*[f(x)<0,f], colorarle di viola, porre pari a 5 lo spessore della funzione *segnoneg* e infine inserire la Casella di controllo con la legenda *Segno negativo*, collegata con le funzioni *segnoneg* e *h*.

Con gli studenti si provvederà inoltre a fare alcune osservazioni sulla crescita o decrescenza della funzione e sulle proprietà. Le domande che fungono da stimolo potrebbero essere le seguenti: *quando la funzione è crescente? La funzione è iniettiva? Perché? Qual è il dominio? Che cosa rappresenta il punto P? E il punto Q?*



Videata Scheda 1

Ulteriori esercizi

L'esercizio seguente si propone di guidare i passaggi nel procedere da un registro all'altro, come nelle attività citate all'inizio.

La temperatura di un corpo, inizialmente a 60° C, posto in un ambiente alla temperatura costante di 20° C, diminuisce in un minuto del 20% della differenza tra la temperatura precedente del corpo e la temperatura ambiente.

Determina la temperatura del corpo dopo 2 minuti.

Apri GeoGebra e visualizza il Foglio di calcolo e la vista Grafici.

Imposta il foglio di calcolo organizzando in questo modo:

- nella colonna A inserirai i minuti trascorsi;
- nella colonna B inserisci la temperatura attuale del corpo;
- nella colonna C inserisci la differenza tra la temperatura precedente del corpo e la temperatura ambiente.

Crea inoltre uno slider a nella vista Grafici che rappresenta la temperatura ambiente. Fai variare lo slider da -10°C a $+25^{\circ}\text{C}$, con incremento di 1°C .

Digita nella cella A2 il valore 0, nella cella B2 il valore 60 e nella cella C2 la formula che calcola la differenza tra 60°C e il valore di a .

Nella riga successiva digita la formula che calcola il variare della temperatura secondo le indicazioni fornite dall'esercizio. Completa autonomamente la tabella incrementando il tempo almeno fino a 10 minuti.

Qual è la temperatura del corpo dopo 3 minuti? E dopo 10 minuti?

Che cosa succede alla temperatura del corpo? E alla differenza tra la temperatura precedente del corpo e la temperatura ambiente?

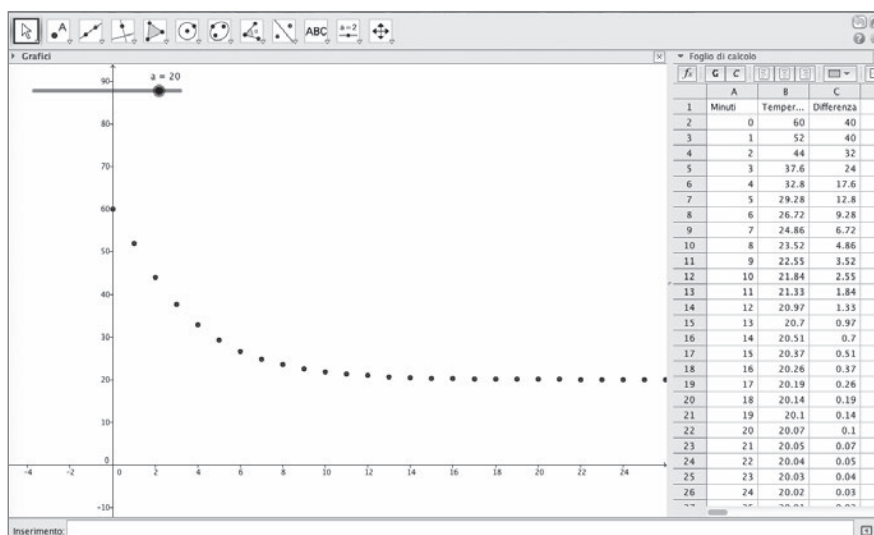
Quando la temperatura del corpo andrà sotto zero?

Aumenta il tempo trascorso e con il comando Crea lista punti crea una lista di punti che indicano la temperatura del corpo al trascorrere dei minuti. Che cosa succede? Quello che si verifica è in accordo con quanto hai ipotizzato in precedenza? Perché?

Quale deve essere la temperatura costante dell'ambiente affinché dopo 7 minuti la temperatura del corpo sia 50°C ?

Quale deve essere la temperatura costante dell'ambiente affinché la temperatura del corpo scenda sotto zero?

Perché?



Videata Esercizio 1